

Abbildung der dynamischen Beanspruchungen von Gittermast-Fahrzeugkranen mit komplexen Auslegersystemen in quasistatischen Berechnungen

Dr.-Ing. M. Kleeberger, Prof. Dr.-Ing. W.A. Günthner

Technische Universität München, Lehrstuhl für Fördertechnik Materialfluss Logistik, Boltzmannstrasse 15, 85748 Garching

1 Einführung und Problemstellung

Gittermast-Fahrzeugkrane sind lange, schlanke Systeme mit oft spitzwinkliger Seilabspannung, die im Grenzbereich ein ausgeprägt nichtlineares Last-Verschiebungsverhalten aufweisen. Sie werden in der Praxis vornehmlich durch quasistatische Berechnungen ausgelegt, die in DIN EN 13000 [1] und DIN EN 13001 [2,3] spezifiziert sind. Die Berechnung der Lasteinwirkungen beruht dabei auf starrkörperkinetischen Modellen. Diese Methode der Auslegung beschreibt die dynamischen Beanspruchungen der Krane nur näherungsweise, weshalb die europäischen Normen auch ausdrücklich eine dynamische Auslegungsberechnung erlauben: "Generell können wahlweise fortschrittliche und anerkannte theoretische Methoden (z. B. elastokinetische Analyse zur Simulation der Lasteinwirkungen) ... verwendet werden." [2].

Im DFG-Forschungsprojekt „Systematischer Vergleich der dynamischen Beanspruchungen von Gittermast-Fahrzeugkranen mit den Ergebnissen der quasistatischen Auslegung nach DIN EN 13001“ (GU 427/ 12-1) [4] wurden die dynamischen Beanspruchungen von Gittermast-Raupenkranen in allen gängigen Rüstzuständen und Auslegerlängen untersucht. Dabei ergab die Auswertung der Bauteilausnutzungen und Spannungen von dynamischen und quasistatischen Berechnungen nach Norm teilweise große Unterschiede zwischen beiden Berechnungsarten. Beim Drehen treten die größten Differenzen auf, gefolgt vom Lastheben vom Boden und Wippen.

Der hohen Qualität der Abbildung der dynamischen Beanspruchungen von Fahrzeugkranen in nichtlinearen dynamischen Finite-Elemente Berechnungen stehen aber auch Nachteile gegenüber. So ist es in dynamischen Berechnungen schwierig, die in den Nachweisen der Normen vorgesehenen Teilsicherheitsbeiwerte zu berücksichtigen. Zudem benötigt eine dynamische Berechnung ein Vielfaches der Rechenzeit der quasistatischen Analyse.

Somit ergibt sich die Zielsetzung, vereinfachte Schwingungsmodelle zur effektiven Analyse der Arbeitsbewegungen zu entwickeln. Die Ergebnisse sollen zur Generierung von quasistatischen Lasten dienen, die die dynamischen Maximalbeanspruchungen des Krans während einer Arbeitsbewegung möglichst genau abbilden. Dieses Vorgehen ermöglicht dann normkonforme quasistatische Auslegungsberechnun-

gen unter Berücksichtigung der Teilsicherheitsbeiwerte, die dynamische Beanspruchungen deutlich besser abbilden als solche, denen starrkörperkinetisch ermittelte Lasten zugrunde liegen.

In [4] konnte gezeigt werden, dass bereits Schwingungsmodelle auf Basis eines Einmassenschwingers gute Ergebnisse bei der Abschätzung der Dynamikbeiwerte liefern. Mit zunehmender Komplexität des Auslegersystems nimmt jedoch die Güte der Ergebnisse ab. Dies gilt insbesondere für Krane mit Derrickausleger, bei denen sich die einzelnen Ausleger hinsichtlich ihrer dynamischen Eigenschaften stark unterscheiden.

Dieser Beitrag widmet sich der Entwicklung eines Schwingungsmodells, das auf dem Verfahren der modalen Reduktion [5] beruht und zur Analyse von Auslegersystemen beliebiger Komplexität geeignet ist. Dabei wird speziell auf das Krandrehen eingegangen, weil bei diesem Vorgang die größten Abweichungen zwischen dynamischer und quasistatischer Berechnung nach Norm auftreten. Die Methode eignet sich aber auch zur Analyse der dynamischen Beanspruchungen beim Wippen und Lastheben.

Nachfolgend wird begleitend zur allgemeingültigen Beschreibung der Berechnungsmethode als Anwendungsbeispiel das Drehen eines großen Gittermast-Raupenkrans mit einer maximalen Tragfähigkeit von 1350 t untersucht. Der betrachtete Rüstzustand besteht aus einem 114 m langen Hauptausleger, einem 54 m langen Wippausleger und dem 42 m langen Derrickausleger. Die Tragfähigkeit des Krans beträgt bei 84 m Ausladung 111 t. Bild 1 zeigt diesen über 150 m hohen Kran.

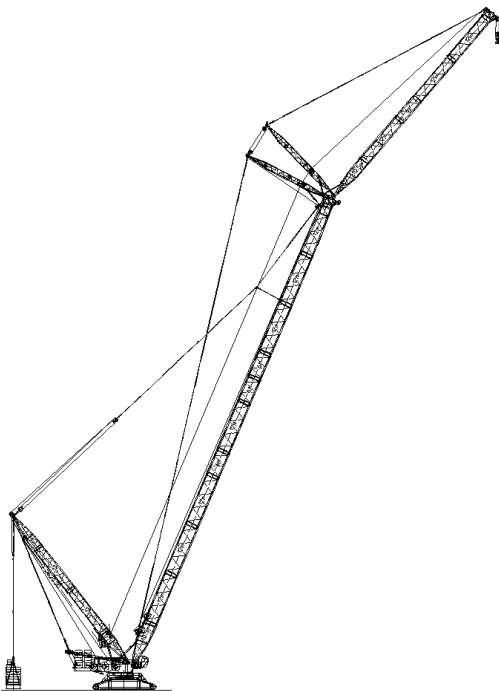


Bild 1: Darstellung des untersuchten Rüstzustands (Quelle: Liebherr Werk Ehingen GmbH)

2 Dynamische Eigenschaften des Auslegersystems beim Drehen

Zunächst wird das Verhalten des Krans beim Drehen (Vorgang „Anfahren-Beharrung-Bremsen“) mit nichtlinearen dynamischen FE-Berechnungen untersucht. Diese Ergebnisse dienen später zur Beurteilung der Qualität des entwickelten Schwingungsmodells. Ferner werden die Ergebnisse der dynamischen Berechnung denen der quasistatischen Berechnung nach Norm gegenübergestellt.

Die Auswertung der Berechnungen bezieht sich auf die größte Eckstieldruckspannung, die in den regelmäßigen Gittermastzwischenstücken HA2 bis HA14 des Hauptauslegers, WA2 bis WA6 des Wippauslegers und DA2 bis DA5 des Derrickauslegers auftritt. Zunächst wird der Dynamikbeiwert $\phi_{5,Dyn}$ betrachtet, der zum Vergleich der Lasteinwirkungen aus dynamischer und quasistatischer Berechnung nach Norm dient. Er gibt auf Basis eines linearen Ansatzes an, wie groß der Dynamikbeiwert zur Berechnung der Massenkräfte aus Antrieben in der quasistatischen Berechnung sein müsste, damit sie gleich große Ausschläge für Schnittgrößen oder Spannungen liefert wie die dynamische Berechnung [4]. Für den Vorgang „Anfahren-Beharrung-Bremsen“ gilt:

$$\phi_{5,Dyn} = 1,5 \cdot \sqrt{\frac{A_{Dyn}}{A_{Norm}}} \quad (1)$$

A_{Dyn} : Maximaler Spannungsausschlag der dynamischen FE-Berechnung

A_{Norm} : Spannungsausschlag der quasistatischen Berechnung nach Norm

Bild 2 zeigt den maximalen Dynamikbeiwert $\phi_{5,Dyn}$ aller 11 untersuchten Beharrungszeiten, aufgetragen über den sechs gerechneten Kombinationen von Drehgeschwindigkeit und Drehbeschleunigung. In Bild 2 bezeichnet v die Drehgeschwindigkeit des Krans in rad/s und a die Drehbeschleunigung in rad/s².

Der Dynamikbeiwert $\phi_{5,Dyn}$ weicht deutlich vom Standardwert 1,5 der Normen ab, wobei die Gittermastzwischenstücke des Haupt- und Wippauslegers mit Werten zwischen 0,75 und 1,37 unterhalb von 1,5, dagegen die des Derrickauslegers mit Werten zwischen 2,3 und 3,8 deutlich darüber liegen.

Aufgrund der stark unterschiedlichen dynamischen Eigenschaften der Ausleger ist es nicht möglich, durch Skalierung der starrkörperkinetisch ermittelten Lasten mit einem angepassten Dynamikfaktor quasistatische Lasten zu generieren, die die dynamischen Maximalbelastungen des Krans richtig wiedergeben. Zudem würden die hohen Dynamikbeiwerte des Derrickauslegers, auf das gesamte Auslegersystem angewendet, zum Stabilitätsversagen des Krans führen.

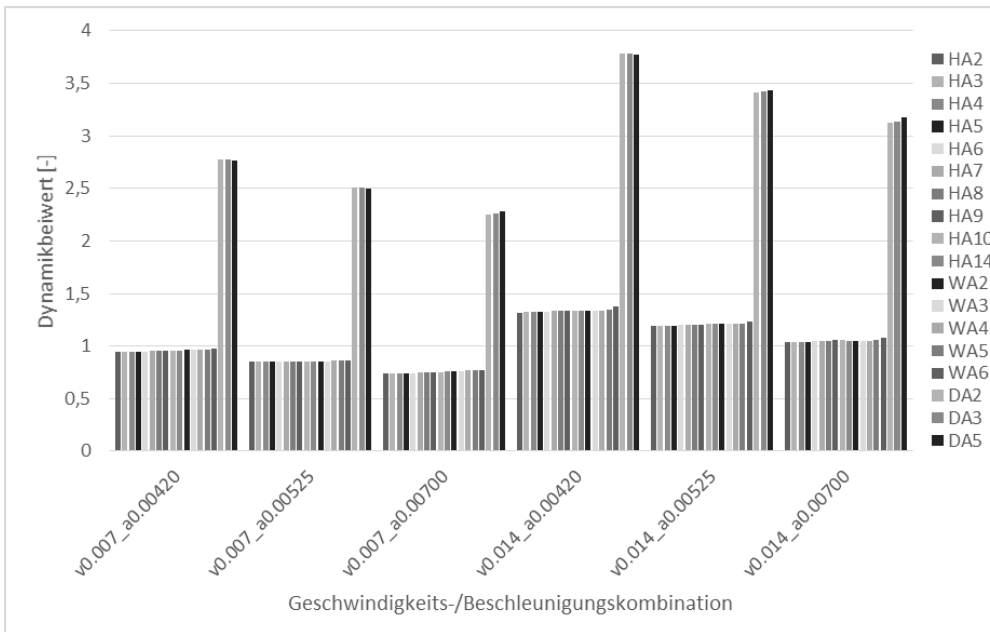


Bild 2: Maximaler Dynamikbeiwert $\phi_{s,Dyn}$ aller Beharrungszeiten für die größte Eckstiieldruckspannung aus dynamischer Berechnung (Drehen: „Anfahren-Beharrung-Bremsen“)

Die Auswertung der maximalen Eckstielausnutzung (Bild 3) der in den jeweiligen Auslegern am höchsten ausgelasteten Gittermastzwischenstücke ergibt, dass die dynamischen Beanspruchungen nahezu ausschließlich von der Drehgeschwindigkeit abhängen. Diese Eigenschaft langer Auslegersysteme ist bekannt und widerspricht einer Berechnung der Lasteinwirkungen mit starrkörperkinetischen Modellen. Die quasistatische Berechnung nach Norm liefert für den Haupt- und Wippausleger zu große und für den Derrickauser zu kleine Werte der maximalen Eckstielausnutzung.

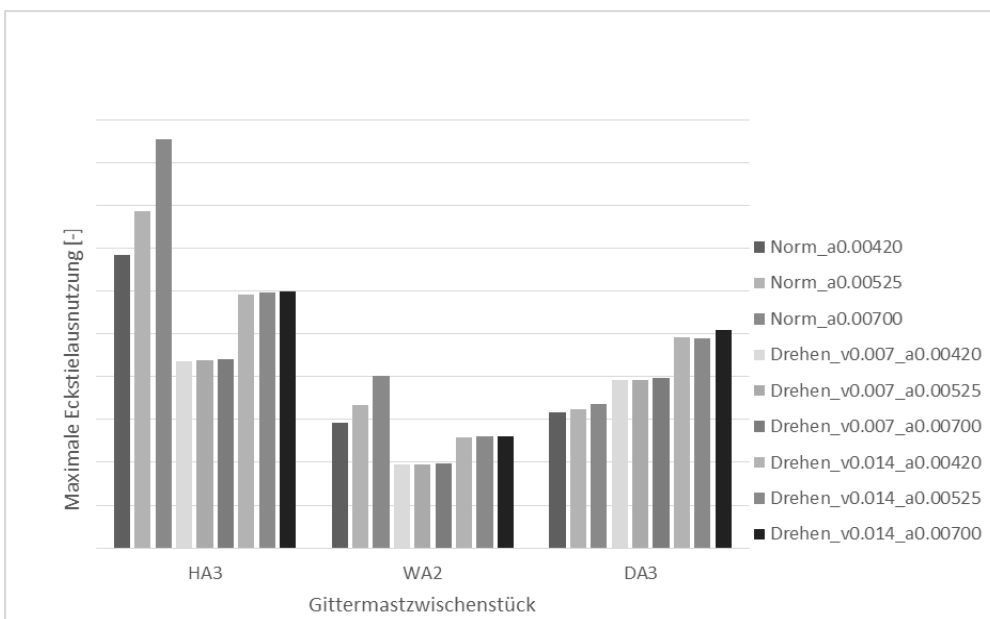


Bild 3: Maximale Eckstielausnutzung aus dynamischer Berechnung (Drehen)

3 Entwicklung des Schwingungsmodells

3.1 Nichtlineare Bewegungsgleichung

Das Schwingungsmodell soll an die Stelle der nichtlinearen dynamischen Bewegungsgleichung der Finite-Elemente Lösung treten. Die Bewegungsgleichung lautet für den Übergang von einem bekannten Zustand zur Zeit t zum Zustand zur Zeit $t+\Delta t$ [5]:

$$M \cdot {}^{t+\Delta t}\ddot{\underline{u}} + D \cdot {}^{t+\Delta t}\dot{\underline{u}} + {}^tK \cdot \underline{u} = {}^{t+\Delta t}\underline{R} - {}^t\underline{F} \quad (2)$$

$${}^{t+\Delta t}\underline{u} = {}^t\underline{u} + \underline{u}$$

mit

M : Diagonale Massenmatrix

D : Dämpfungsmatrix

tK : Tangentensteifigkeitsmatrix zur Zeit t

${}^{t+\Delta t}\underline{R}$: Vektor der äußeren Lasten zur Zeit $t+\Delta t$

${}^t\underline{F}$: Vektor der Elementkräfte zur Zeit t

${}^{t+\Delta t}\underline{u}$: Vektor der Verschiebungen zur Zeit $t+\Delta t$

${}^t\underline{u}$: Vektor der Verschiebungen zur Zeit t

\underline{u} : Vektor der inkrementellen Verschiebungen

Bei Beginn der dynamischen Finite-Elemente Analyse der Arbeitsbewegung sind die Eigenlast und die Hublast bereits vollständig aufgebracht. Dieser Anfangszustand wird mit einer vorausgeschalteten nichtlinearen statischen Berechnung ermittelt.

3.2 Linearisierung der Bewegungsgleichung

Die Analyse des Schwingungsverhaltens und der dynamischen Beanspruchungen des Krans erfolgt im Schwingungsmodell anhand der im Anfangszustand der Arbeitsbewegung (Zeit $t = 0$) linearisierten Bewegungsgleichung. Die Tragwerksdämpfung wird zunächst vernachlässigt.

$$M \cdot \ddot{\underline{U}}(t) + {}^0K \cdot \underline{U}(t) = \underline{R}(t) \quad (3)$$

0K : Tangentensteifigkeitsmatrix zur Zeit $t=0$ (Anfangszustand)

Die Verschiebungen $\underline{U}(t)$ beschreiben die Auslenkung des Krans aus seiner statischen Gleichgewichtslage und sind somit ein Maß für die dynamischen Beanspruchungen. $\underline{R}(t)$ beschreibt eine Veränderung der äußeren Lasten.

Die Bewegungsgleichung wird nun in einem mitdrehenden Koordinatensystem formuliert. Da Fahrzeugkrane mit sehr geringen Drehgeschwindigkeiten betrieben werden und die Verformungen gegenüber den Kranabmessungen klein sind, werden im

Folgenden Massenkräfte aus Coriolisbeschleunigung sowie der Einfluss der Verformungen auf Flieh- und Drehbeschleunigungen vernachlässigt.

Durch die Arbeitsbewegungen sind die Kranbauteile und Lasten Führungsbeschleunigungen unterworfen. Der Vektor der Führungsbeschleunigung

$$\ddot{\underline{U}}_F(t) = \begin{bmatrix} a_{F,1}(t) \\ a_{F,2}(t) \\ \vdots \\ a_{F,k}(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

bezieht sich auf alle k Knoten des FE-Modells, die von der Arbeitsbewegung betroffen sind.

Da während des Krandrehens die äußeren Lasten auf den Kran (Eigenlast, Hublast, etc.) unverändert bleiben gilt $\underline{R}(t) = 0$. Somit ergibt sich die linearisierte Bewegungsgleichung zur Analyse der dynamischen Beanspruchungen in einem mitdrehenden Koordinatensystem zu:

$$M \cdot \ddot{\underline{U}}(t) + {}^0K \cdot \underline{U}(t) = -M \cdot \ddot{\underline{U}}_F(t) \quad (5)$$

Die rechte Seite von Gl. (5) entspricht den Lasten, die in einer quasistatischen Berechnung nach Norm, vervielfacht mit den jeweiligen Dynamikbeiwerten, angesetzt werden.

3.3 Führungsbeschleunigungen

Da beim Krandrehen die Auslegerwinkel unverändert bleiben und die Verschiebungen $\underline{U}(t)$ in diesem Zusammenhang vernachlässigt werden (s.o.), ist die Führungsbewegung eine reine Starrkörperbewegung. Die Führungsbeschleunigung am Knoten j ($1 \leq j \leq k$) des Finite-Elemente Modells beträgt:

$$\underline{a}_{F,j}(t) = \dot{\underline{\omega}}(t) \times \underline{r}_j + \underline{\omega}(t) \times (\underline{\omega}(t) \times \underline{r}_j) \quad (6)$$

Dabei ist $\underline{\omega}$ der Vektor der Drehwinkelgeschwindigkeit und \underline{r}_j der Vektor von der raumfesten Drehmitte zum Knoten j . Beim Drehen um die z -Achse lauten die Vektoren der Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung:

$$\dot{\underline{\omega}}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a(t) \end{bmatrix}; \quad \underline{\omega}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

In Gl. (7) repräsentieren $a(t)$ und $v(t)$ die Zeitverläufe der von der Kransteuerung vorgegebenen Drehwinkelbeschleunigung und Drehwinkelgeschwindigkeit. Bild 4 zeigt den Verlauf von $a(t)$ und $v(t)$ für den betrachteten Vorgang „Anfahren-Beharrung-Bremsen“.

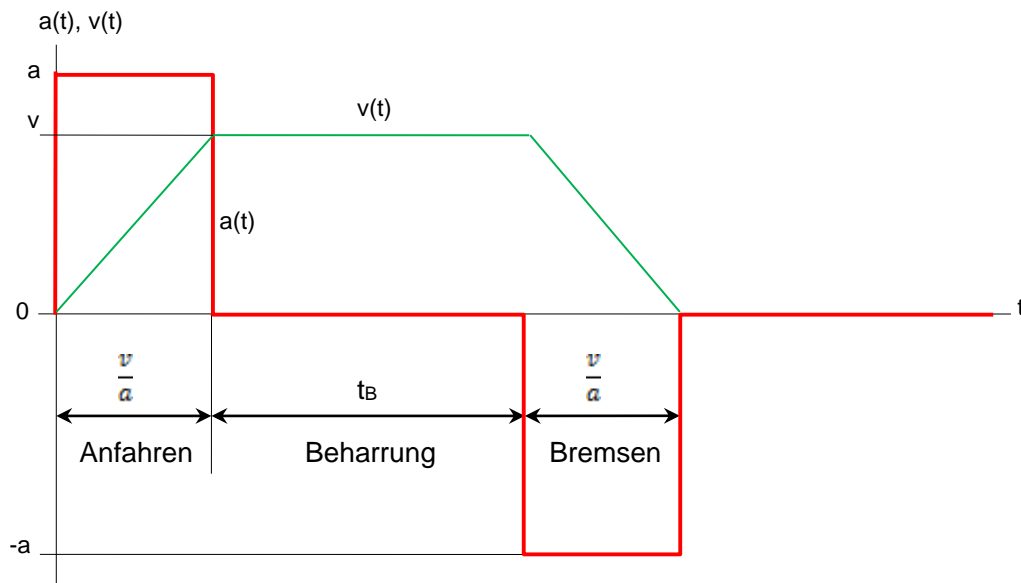


Bild 4: Zeitverlauf der Drehwinkelbeschleunigung und -geschwindigkeit

3.4 Effektive Analyse durch Verwendung des Verfahrens der modalen Reduktion

Da durch die Arbeitsbewegungen nur wenige niederfrequente Schwingungsmoden angeregt werden, dient zur Steigerung der Effektivität der Berechnung das Verfahren der modalen Reduktion. Die Lösung des Eigenwertproblems

$${}^0K \cdot \underline{\phi} = \omega^2 \cdot M \cdot \underline{\phi} \quad (8)$$

liefert die Eigenvektoren Φ und die Quadrate der Eigenfrequenzen Ω^2 . Dabei werden die n niedrigsten Eigenfrequenzen des Kransystems berücksichtigt. In der Regel deckt $n = 10$ alle relevanten Schwingungsformen ab.

$$\Phi = [\underline{\phi}_1 \quad \underline{\phi}_2 \quad \cdots \quad \underline{\phi}_n] \quad (9)$$

$$\Omega^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & & \\ & \omega_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Da die Eigenvektoren Φ orthonormal bezüglich der Massenmatrix M sind, gelten die Beziehungen:

$$\Phi^T \cdot M \cdot \Phi = E \quad \text{und} \quad \Phi^T \cdot {}^0K \cdot \Phi = \Omega^2 \quad (11)$$

Mit der modalen Transformation der Verschiebungen $\underline{U}(t)$

$$\underline{U}(t) = \Phi \cdot \underline{X}(t) \quad (12)$$

lautet die Bewegungsgleichung der modalen Verschiebungen $X(t)$:

$$\ddot{\underline{X}}(t) + \Omega^2 \cdot \underline{X}(t) = -\Phi^T \cdot M \cdot \ddot{\underline{U}}_F(t) \quad (13)$$

Das Gleichungssystem (13) besteht aus n entkoppelten Gleichungen der Form:

$$\ddot{x}_i(t) + \omega_i^2 \cdot x_i(t) = -\underline{\phi}_i^T \cdot M \cdot \ddot{\underline{U}}_F(t) \quad (14)$$

Zur näherungsweise Berücksichtigung der Tragwerksdämpfung ist es möglich, in Gl. (14) das Lehrsche Dämpfungsmaß ξ_i einzuführen:

$$\ddot{x}_i(t) + 2 \cdot \omega_i \cdot \xi_i \cdot \dot{x}_i(t) + \omega_i^2 \cdot x_i(t) = -\underline{\phi}_i^T \cdot M \cdot \ddot{\underline{U}}_F(t) \quad (15)$$

Da die dominanten Schwingungen an einem realen Kransystem leicht zu beobachten sind, lassen sich die Dämpfungsmaße ξ_i der wichtigsten Eigenformen durch eine Analyse des Ausschwingverhaltens des Krans bestimmen. Eine gute Näherung ist alle Eigenformen, bei denen Lastpendeln dominant ist, als ungedämpft anzusetzen. Für die restlichen Eigenformen kann für das Dämpfungsmaß ξ_i der Wert 0,03 angenommen werden.

Weil die n modalen Bewegungsgleichungen entkoppelt sind, lässt sich ihre Lösung sehr effektiv und mit geringer Rechenzeit bestimmen. Ein möglicher Lösungsansatz ist die Auswertung des Duhamelschen Integrals [5]:

$$x_i(t) = \frac{1}{\bar{\omega}_i} \int_0^t -\underline{\phi}_i^T \cdot M \cdot \ddot{\underline{U}}_F(\tau) \cdot e^{\xi_i \omega_i (t-\tau)} \cdot \sin(\bar{\omega}_i \cdot (t-\tau)) d\tau \quad (16)$$

mit

$$\bar{\omega}_i = \omega_i \cdot \sqrt{1 - \xi_i^2}$$

3.5 Rücktransformation der modalen Lösung und Generierung quasistatischer Ersatzlasten

Gemäß Gl. (12) lautet die Berechnungsvorschrift für die Knotenverschiebungen des originalen FE-Modells:

$$U(t) = \sum_{i=1}^n \phi_i \cdot x_i(t) \quad (17)$$

Aus der Verschiebungslösung $U(t)$ lassen sich die Zeitverläufe aller dynamischen Anteile der Beanspruchung des Krans beim Drehen berechnen. Eine Spannungs- und Kräfteberechnung wird aber an dieser Stelle nicht weiter verfolgt, da die linearisierte Betrachtung der modalen Reduktion keine Aussagen über die Stabilität des Kransystems liefert und somit für eine Auslegungsberechnung ungeeignet ist.

Vielmehr ist das Ziel, anhand der Auswertung der Verschiebungslösung $U(t)$ für ausgewählte Punkte des Tragwerks zu entscheiden, welche Kombinationen von Ge-

schwindigkeit, Beschleunigung und Beharrungszeit die größten Beanspruchungen in den Kranauslegern hervorrufen. Dabei ist die Grundidee, dass die Zeitpunkte der maximalen seitlichen Auslenkungen der Auslegerspitzen mit den Zeitpunkten übereinstimmen, zu denen die maximalen dynamischen Beanspruchungen der jeweiligen Auslegerbauteile auftreten. Diese Vorgehensweise wird in Kapitel 4.2 für den Beispielkran (Bild 1) verifiziert.

Neben der Identifikation der ungünstigsten (auslegungsrelevanten) Bewegungsabfolgen sollen die dabei entstehenden maximalen dynamischen Beanspruchungen durch quasistatische Ersatzlasten in einer nichtlinearen, statischen Auslegungsberechnung abgebildet werden.

Die quasistatischen Ersatzlasten bilden dann den ungünstigsten Verformungszustand genau so ab, wie er in der dynamischen Berechnung auftritt. Zum Zeitpunkt t_u des ungünstigsten Verformungszustands eines Auslegers gilt für die elastischen, quasistatischen Knotenkräfte:

$$\underline{R}_Q(t_u) = {}^0K \cdot \underline{U}(t_u) = {}^0K \cdot \Phi \cdot \underline{X}(t_u) \quad (18)$$

Mit den Orthogonalitätsbeziehungen (Gl. 11) lässt sich ${}^0K \cdot \Phi$ durch die Massenmatrix M ausdrücken. Es gilt:

$$\Phi^T \cdot {}^0K \cdot \Phi = \Omega^2 = \Phi^T \cdot M \cdot \Phi \cdot \Omega^2 \Rightarrow {}^0K \cdot \Phi = M \cdot \Phi \cdot \Omega^2 \quad (19)$$

Nach dem Einsetzen von Gl. (19) in Gl. (18) ergeben sich die quasistatischen Knotenlasten im originalen FE-Modell zu:

$$\underline{R}_Q(t_u) = M \cdot \sum_{i=1}^n \phi_i \cdot \omega_i^2 \cdot x_i(t_u) \quad (20)$$

Die Lasten \underline{R}_Q bilden den ungünstigsten Verformungszustand eines Auslegers während des analysierten dynamischen Vorgangs ab. Je nach Komplexität des Kransystems können zur Erfassung der maximalen Beanspruchung aller Ausleger mehrere quasistatische Berechnungen notwendig sein.

4 Beispielanwendung des Schwingungsmodells

Das entwickelte Schwingungsmodell wurde zur Berechnung der maximalen dynamischen Beanspruchung beim Drehen des in Bild 1 dargestellten Gittermast-Raupenkranes angewendet. Die folgenden Kapitel widmen sich dem Vergleich der Ergebnisse des Schwingungsmodells mit denen der nichtlinearen dynamischen FE-Berechnung.

4.1 Verifikation der Verschiebungslösung

Zunächst werden die dynamischen Eigenschaften des Schwingungsmodells anhand der Verschiebungslösung untersucht. Dabei bezieht sich die Auswertung auf die

Kombination der Drehgeschwindigkeit $v = 0,014 \text{ rad/s}$ mit der Drehbeschleunigung $a = 0,0042 \text{ rad/s}^2$, weil hier die größten Abweichungen zwischen Schwingungsmodell und dynamischer FE-Berechnung auftreten. Bild 4 zeigt die seitliche Auslenkung der Derrickspitze für die Beharrungszeit $t_B = 4 \text{ s}$. Bei dieser Beharrungszeit erreicht die seitliche Auslenkung ihren Maximalwert.

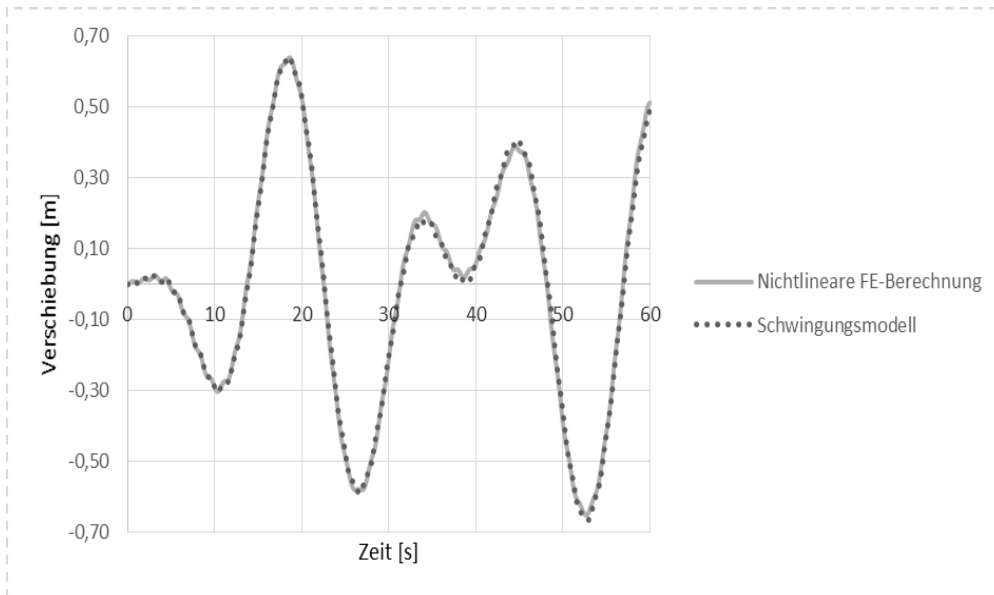


Bild 4: Seitliche Auslenkung der Derrickspitze ($v = 0,014 \text{ rad/s}$, $a = 0,0042 \text{ rad/s}^2$, $t_B = 4 \text{ s}$)

Die größte seitliche Auslenkung der Kranspitze tritt bei der Beharrungszeit $t_B = 8 \text{ s}$ auf. Ihr zeitlicher Verlauf ist in Bild 5 dargestellt.

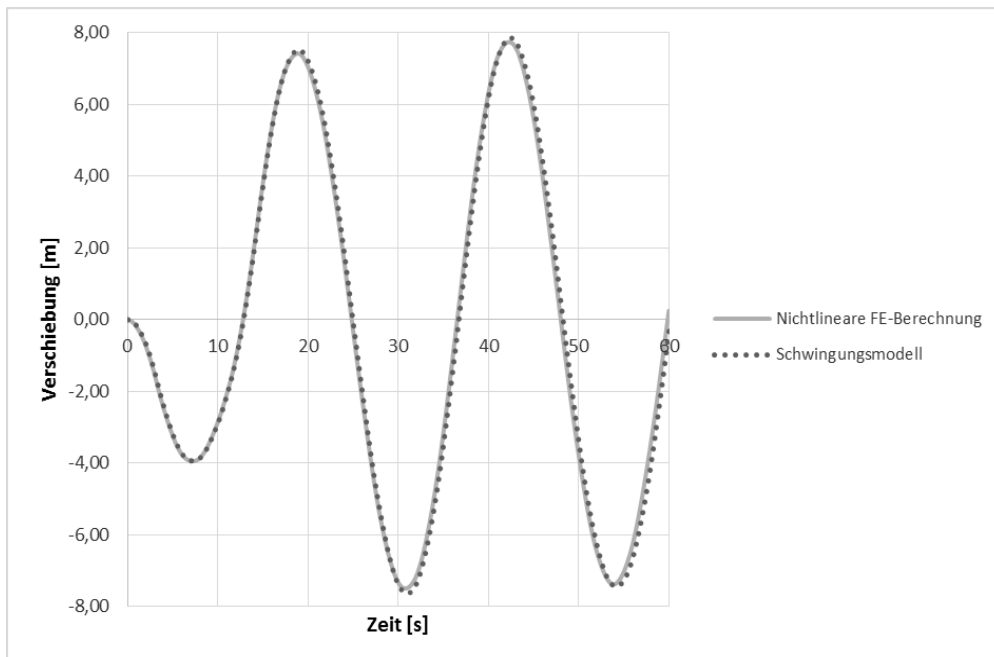


Bild 5: Seitliche Auslenkung der Kranspitze ($v = 0,014 \text{ rad/s}$, $a = 0,0042 \text{ rad/s}^2$, $t_B = 8 \text{ s}$)

Sowohl für die Derrickspitze als auch die Kranspitze verlaufen die seitlichen Auslenkungen aus der FE-Berechnung und dem Schwingungsmodell nahezu deckungsgleich. Dies belegt die Anwendbarkeit des linearisierten Ansatzes und des Verfahrens der modalen Reduktion.

4.2 Identifikation der maximalen dynamischen Beanspruchungen

Der folgende Abschnitt befasst sich mit der Identifikation der maximalen dynamischen Beanspruchungen (vgl. Kapitel 3.5). Es wird anhand der Spannungs- und Verschiebungsauswertung der dynamischen FE-Berechnung untersucht, wie gut der Zeitpunkt der maximalen seitlichen Auslenkung der Auslegerspitze mit den Zeitpunkten übereinstimmt, zu denen die maximalen Spannungen in den Gittermastzwischenstücken des jeweiligen Auslegers auftreten. Die Tabellen 1, 2 und 3 zeigen die Zeitpunkte der maximalen seitlichen Auslenkung der Spitzen von Derrick-, Haupt- und Wippausleger sowie die Zeitpunkte der maximalen Spannungen in den Gittermastzwischenstücken. Ferner ist für jedes Gittermastzwischenstück der Fehler angegeben, der durch eine Spannungsauswertung zum Zeitpunkt der maximalen seitlichen Auslenkung der zugehörigen Auslegerspitze entsteht.

Tabelle 1: Vergleich der Zeitpunkte der Spannungsauswertung für den Derrickausleger

Zeitpunkt der maximalen seitlichen Auslenkung der Derrickspitze[s]: $t = 53,65$ s		
Gittermastzwischenstück	Zeitpunkt der maximalen Spannung	Fehler durch die Auswertung der Spannung zum Zeitpunkt der maximalen Auslenkung der Derrickspitze
DA2	53,80 s	-0,11 %
DA3	53,85 s	-0,21 %
DA5	54,75 s	-1,59 %

Tabelle 2: Vergleich der Zeitpunkte der Spannungsauswertung für den Wippausleger

Zeitpunkt der maximalen seitlichen Auslenkung der Wippauslegerspitze[s]: $t = 43,4$ s		
Gittermastzwischenstück	Zeitpunkt der maximalen Spannung	Fehler durch die Auswertung der Spannung zum Zeitpunkt der maximalen Auslenkung der Wippauslegerspitze
WA2	42,95 s	-0,96 %
WA3	42,95 s	-0,63 %
WA4	43,3 s	-0,19 %
WA5	43,2 s	-0,32 %
WA6	42,7 s	-0,67 %

Tabelle 3: Vergleich der Zeitpunkte der Spannungsauswertung für den Hauptausleger

Zeitpunkt der maximalen seitlichen Auslenkung der Hauptauslegerspitze[s]: t = 43,2 s		
Gittermast-zwischenstück	Zeitpunkt der maximalen Spannung	Fehler durch die Auswertung der Spannung zum Zeitpunkt der maximalen Auslenkung der Hauptauslegerspitze
HA2	43,3 s	-0,01 %
HA3	43,25 s	-0,01 %
HA4	43,05 s	-0,01 %
HA5	43,05 s	-0,04 %
HA6	43,1 s	-0,06 %
HA7	43,0 s	-0,16 %
HA8	42,95 s	-0,20 %
HA9	42,9 s	-0,21 %
HA10	42,9 s	-0,30 %
HA14	42,95 s	-0,60 %

Bei der vorgeschlagenen Auswertung der Spannungen zum Zeitpunkt der maximalen seitlichen Auslenkung der Auslegerspitze liegen die Abweichungen von den tatsächlich auftretenden Maximalwerten beim Derrickausleger zwischen -0,11 % und -1,5 %, beim Hauptausleger zwischen -0,01 % und -0,6 % und beim Wippausleger zwischen -0,19 % und -0,96 %. Da die Fehler durch die Auswertung der Spannung zum Zeitpunkt der maximalen Auslenkung der Auslegerspitze klein sind, wird dieses Verfahren im Folgenden verwendet. Dies ist hinsichtlich des Berechnungsablaufs sehr effektiv, da aus der modalen Verschiebungslösung nur die Verschiebungen der Auslegerspitzen berechnet werden müssen.

4.3 Vergleich des Schwingungsmodells mit dem starrkörperkinetischen Ansatz der EN 13001

Die Berechnung der Lasteinwirkungen beruht in EN 13001 auf starrkörperkinetischen Modellen. Für die Arbeitsbewegung „Anfahren-Beharrung-Bremsen“ beim Drehen ergeben sich die quasistatischen Lasten zu:

$$\underline{R}_{Q,Norm} = M \cdot \left(\phi_5^2 \cdot \ddot{\underline{U}}_{F,tangential} + \ddot{\underline{U}}_{F,radial} \right) \quad (21)$$

Die Führungsbeschleunigungen in tangentialer Richtung $\ddot{\underline{U}}_{F,tangential}$ und die in radialer Richtung $\ddot{\underline{U}}_{F,radial}$ (Fliehbeschleunigungen) werden mit Gl. (6) bestimmt. In ihre Berechnung gehen die Drehgeschwindigkeit und -beschleunigung sowie der Abstand von der Drehmitte ein.

Dagegen verwendet das Schwingungsmodell zur Berechnung der maximalen dynamischen Beanspruchungen für jeden Ausleger individuell bestimmte quasistatische Lasten gemäß der Beziehung (vgl. Kapitel 3.5):

$$\underline{R}_Q = M \cdot \sum_{i=1}^n \phi_i \cdot \omega_i^2 \cdot x_i(t_u)$$

Bild 5 vergleicht exemplarisch für Derrick- und Wippausleger die Tangentialbeschleunigungen, die sich aus dem Term

$$\sum_{i=1}^n \phi_i \cdot \omega_i^2 \cdot x_i(t_u)$$

ergeben mit den Tangentialbeschleunigungen $\phi_5^2 \cdot \ddot{U}_{F,tangential}$ des starrkörperkinetischen Ansatzes gemäß EN 13001 ($\phi_5 = 1,5$). Fliehbeschleunigungen spielen bei der Auslegung von Gittermast-Fahrzeugkränen eine nur untergeordnete Rolle und werden deshalb nicht betrachtet.

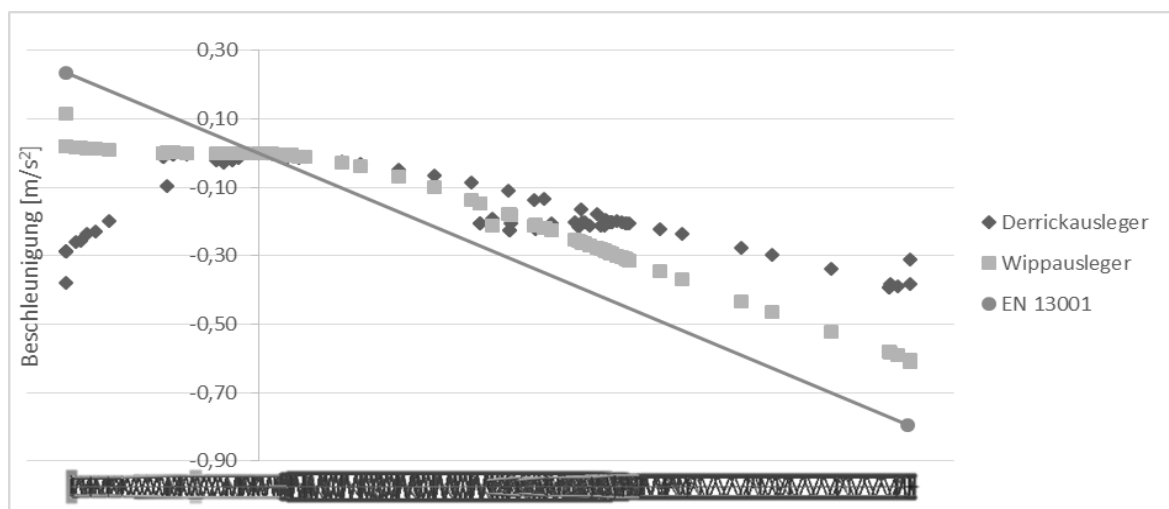


Bild 5: Vergleich der Tangentialbeschleunigungen des Schwingungsmodells zur Berechnung der maximalen dynamischen Beanspruchung von Derrick- und Wippausleger mit dem starrkörperkinetischen Ansatz der EN 13001 ($v = 0,014 \text{ rad/s}$ $a = 0,0042 \text{ rad/s}^2$)

Die Tangentialbeschleunigungen des Schwingungsmodells weichen stark von den Werten gemäß EN 13001 ab. Für die Berechnung der maximalen dynamischen Beanspruchungen des Wippauslegers sind die Tangentialbeschleunigungen kleiner als die des starrkörperkinetischen Ansatzes. Dagegen sind sie für die Berechnung der maximalen dynamischen Beanspruchungen des Derrickauslegers im Bereich des Haupt- und Wippauslegers deutlich kleiner, im Bereich des Derrickauslegers jedoch deutlich größer als die Werte gemäß EN 13001 und zudem vorzeichenverschieden.

Dieses Ergebnis spiegelt auch die in Kapitel 2 bestimmten Dynamikbeiwerte wieder und belegt, dass starrkörperkinetische Modelle zur Berechnung der Lasteinwirkungen beim Drehen großer Krane ungeeignet sind.

4.4 Bauteilausnutzungen aus nichtlinearer dynamischer FE-Berechnung und quasistatischer Berechnung auf Basis des entwickelten Schwingungsmodells

Für jede der sechs untersuchten Geschwindigkeits-/Beschleunigungskombinationen wurden mit dem vorgestellten Schwingungsmodell zunächst die Zeitpunkte t_u der größten seitlichen Auslenkung von Derrick-, Haupt- und Wippauslegerspitze bestimmt. Die modalen Verschiebungen $x_i(t_u)$ definieren gemäß Gl. (20) die quasistatischen Ersatzlasten für eine nichtlineare quasistatische FE-Berechnung, die die maximalen dynamischen Beanspruchungen abbildet. Da jeder der drei Ausleger separat betrachtet werden muss, sind für die Analyse der sechs Geschwindigkeits-/Beschleunigungskombination insgesamt 18 quasistatische Berechnungen notwendig. Die Anzahl der dynamischen Berechnungen beträgt bei 11 untersuchten Beharungszeiten 66.

Die Bilder 6 bis 8 zeigen die Auswertung der maximalen Eckstielausnutzung aller Gittermastzwischenstücke in allen Auslegern für beide Berechnungsarten. Zusammengehörige Werte aus quasistatischer und dynamischer Berechnung sind im gleichen Farbton dargestellt. Die linke Säule stellt jeweils das Ergebnis der quasistatischen Berechnung dar.

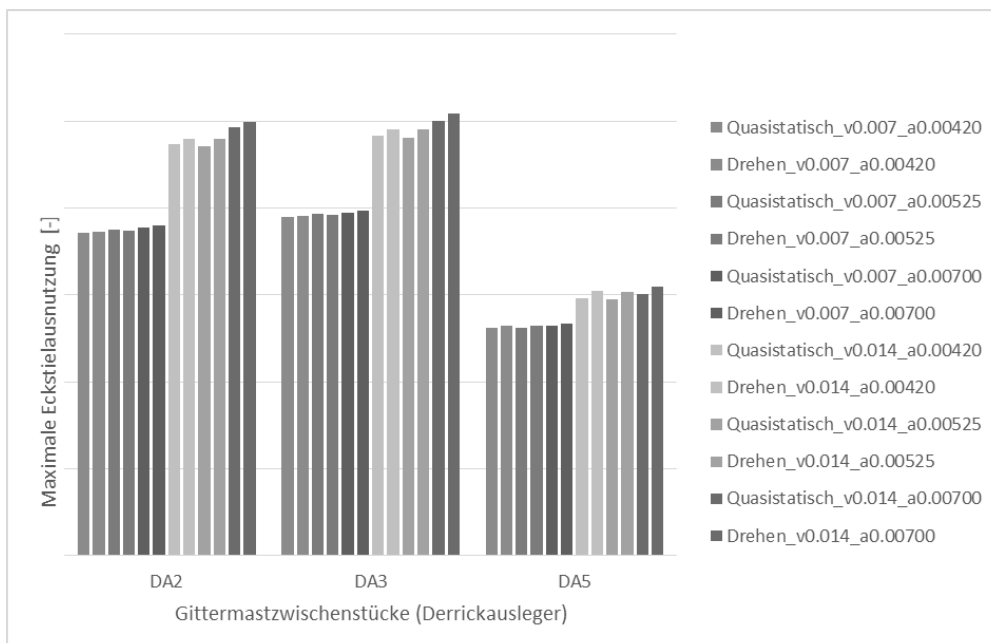


Bild 6: Maximale Eckstielausnutzung aus quasistatischer Berechnung auf Basis des Schwingungsmodells und dynamischer Berechnung (Derrickausleger)

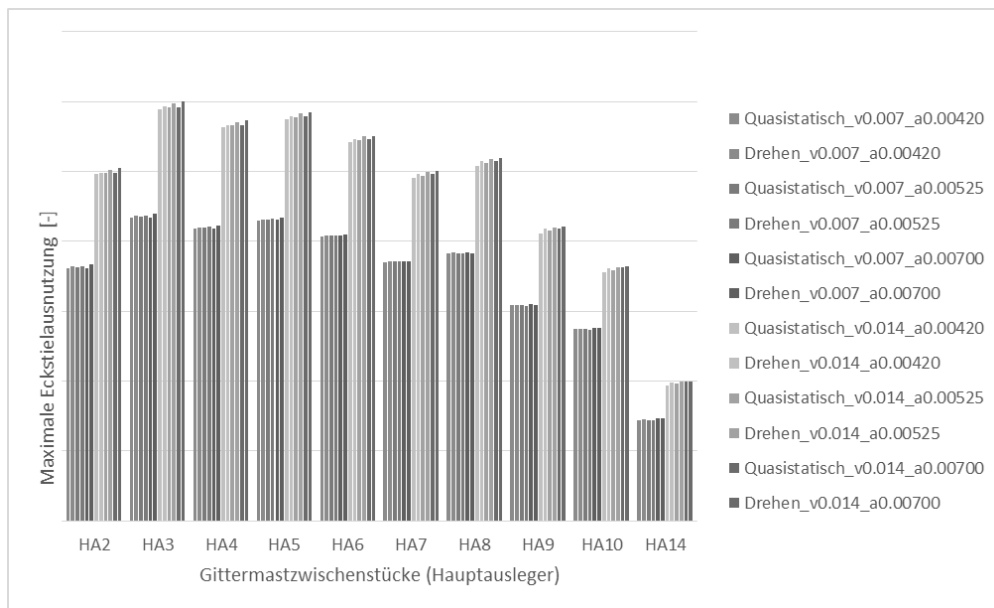


Bild 7: Maximale Eckstielausnutzung aus quasistatischer Berechnung auf Basis des Schwingungsmodells und dynamischer Berechnung (Hauptausleger)

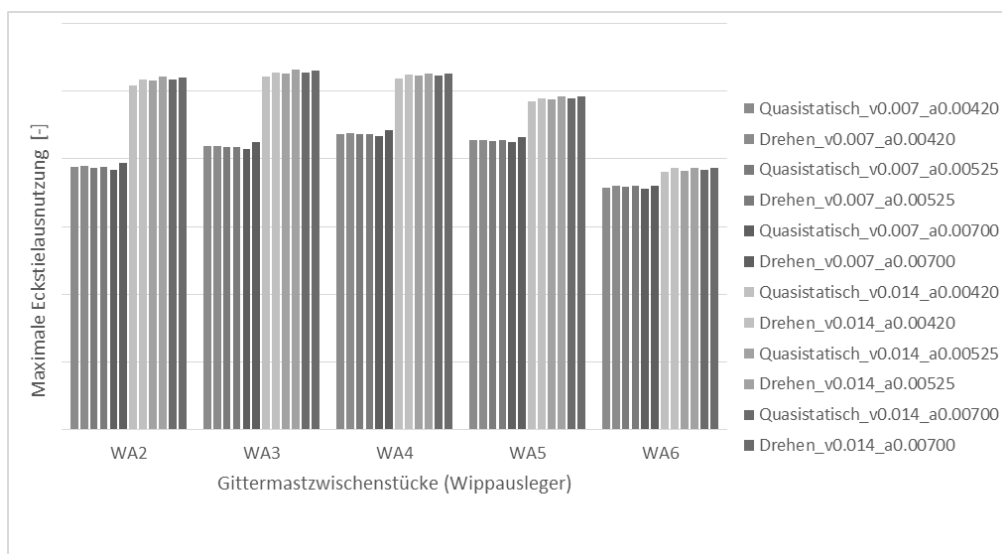


Bild 8: Maximale Eckstielausnutzung aus quasistatischer Berechnung auf Basis des Schwingungsmodells und dynamischer Berechnung (Wippausleger)

Die quasistatische Berechnung auf Basis des entwickelten Schwingungsmodells bildet die maximalen dynamischen Beanspruchungen aller Gittermastzwischenstücke in allen Auslegern des Krans sehr gut ab. Die maximalen Abweichungen von einer nichtlinearen dynamischen FE-Berechnung betragen beim Derrickausleger -2,9 %, beim Hauptausleger -2,2 % und beim Wippausleger -2,6 %. Die Abweichungen können im Vergleich zu den übrigen Unsicherheiten bei der Abbildung des Krans in einem Finite-Elemente-Modell als klein erachtet werden.

5 Zusammenfassung

Die in den Normen DIN EN 13000 und DIN EN 13001 spezifizierten quasistatischen Berechnungsansätze beruhen auf der Berechnung der Lasteinwirkungen mit Hilfe von starrkörperkinetischen Modellen. Diese Lastannahme eignet sich nicht zur Berechnung der dynamischen Beanspruchungen von großen Gittermast-Fahrzeugkranen beim Drehen. Aus diesem Grund wurde ein Schwingungsmodell auf Basis der modalen Reduktion entwickelt, das zur Analyse von Auslegersystemen beliebiger Komplexität geeignet ist. Die Ansätze lassen sich auch auf die Berechnung des Lasthebens und Wippens übertragen.

Die vorgestellte Berechnungsmethode ist schnell und bildet die maximalen dynamischen Beanspruchungen sehr gut in quasistatischen Berechnungen ab. Sie vereint die Genauigkeit von nichtlinearen dynamischen FE-Berechnungen mit der Effektivität von statischen Analysen. Die in den Nachweisen der Normen vorgesehenen Teilsicherheitsbeiwerte können in einfacher Weise berücksichtigt werden. Eine Anwendung des Schwingungsmodells in der Berechnungspraxis ließe eine deutliche Steigerung der Genauigkeit der Auslegungsberechnung von Fahrzeugkranen erwarten.

6 Literatur

- [1] Norm DIN EN 13000:2010: Krane - Fahrzeugkrane. Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [2] Norm DIN EN 13001-1:2009: Krane – Konstruktion allgemein – Teil 1: Allgemeine Prinzipien und Anforderungen. Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [3] Norm DIN EN 13001-2:2011: Krane – Konstruktion allgemein – Teil 2: Lasteinwirkungen. Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [4] Kleeberger, M.; Schneider, S.; Günthner, W. A.: Untersuchung der dynamischen Beanspruchungen von Gittermast-Fahrzeugkranen und Vergleich mit der quasistatischen Auslegung der Norm. In: Tagungsbericht Fachtagung Kranfachtagung 2014, Technische Universität Magdeburg; 12. - 13. März 2014; Magdeburg; ISBN-13: 978-3-930385-84-3
- [5] Bathe, K.-J.: Finite Element Procedures : Prentice Hall, 1996